

அக்டோபர்-2016

பகுதி - அ

நேரம் 3 மணி]

கணிதவியல் (XII) (விடைகளுடன்)

[மதிப்பெண்கள் : 200]

குறிப்பு : (i) அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும்

[40 × 1 = 40]

(ii) கொடுக்கப்பட்ட நான்கு விடைகளில் மிகவும் ஏற்புடைய விடையினை தேர்ந்தெடுத்து குறியீட்டுடன் விடையினையும் சேர்த்து எழுதுக.

1.  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 0, |\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{c}| = 5$  எனில்  $\vec{a}$  க்கும்  $\vec{b}$  க்கும் இடைப்பட்ட கோணம் :

- (1)  $\frac{\pi}{6}$  (2)  $\frac{2\pi}{3}$  (3)  $\frac{5\pi}{3}$  (4)  $\frac{\pi}{2}$

2. பெருக்கல் விதியைப் பொறுத்து குலமாகிய ஒன்றின் நாலாம் மூலங்களில்  $-i$  இன் வரிசை:

- (1) 4 (2) 3 (3) 2 (4) 1

3.  $[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}] = 64$  எனில்  $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]$

இன் மதிப்பு :

- (1) 32 (2) 8 (3) 128 (4) 0

4. இரட்டைப்படையினை மிகை எண்களின் கணம், கூட்டலின் கீழ் :

- (1) முடிவான குலம்  
(2) அரைக் குலம் மட்டும்  
(3) சமனியுடைய அரைக் குலம் மட்டும்  
(4) முடிவற்ற குலம்

5. சரியான கூற்றுகள் எவை?

(i)  $E(aX + b) = aE(X) + b$

(ii)  $\mu_2 = \mu_2' - (\mu_1')^2$

(iii)  $\mu_2 =$  பரவற்படி

(iv)  $\text{var}(aX + b) = a^2 \text{var}(X)$

- (1) அனைத்தும் (2) (i), (ii), (iii)  
(3) (ii), (iii) (4) (i), (iv)

6.  $\frac{dy}{dx} + py = Q$  என்ற வகைக் கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகைக் காரணி  $\cos x$  எனில்  $p$  இன் மதிப்பு :

- (1)  $-\cot x$  (2)  $\cot x$   
(3)  $\tan x$  (3)  $-\tan x$

7.  $x = 2$  இல்  $y = -2x^3 + 3x + 5$  என்ற வளைவரையின் சாய்வு :

- (1) -20 (2) 27 (3) -16 (4) -21

8.  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  என்ற அதிபரவளையத்திற்கு அதன் குவியத்திலிருந்து ஒரு தொடுகோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்து கோட்டின் அடியின் நியமபாதை :

- (1)  $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$   
(2)  $x^2 + y^2 = a^2$   
(3)  $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$   
(4)  $x = 0$

9.  $\omega$  என்பது 1 இன் முப்படி மூலம் எனில்

$(1 - \omega)(1 - \omega^2)(1 - \omega^4)(1 - \omega^8)$  இன் மதிப்பு :

- (1) 9 (2) -9 (3) 16 (4) 32

10. ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி  $X$  பாய்லான் பரவலைப் பின்பற்றுகிறது மேலும்  $E(X^2) = 30$  எனில் பரவலின் பரவற்படி :

- (1) 6 (2) 5 (3) 30 (4) 25

11.  $z$  ஒரு கலப்பெண்ணைக் குறிப்பதெனில்  $\arg(z) + \arg(\bar{z})$  என்பது :

- (1)  $\frac{\pi}{4}$  (2)  $\frac{\pi}{2}$  (3) 0 (4)  $\frac{\pi}{3}$

12.  $y^2(a + 2x) = x^2(3a - x)$  என்ற வளைவரையின் தொலைத்தொடு கோடு :

- (1)  $x = 3a$  (2)  $x = \frac{-a}{2}$  (3)  $x = \frac{a}{2}$  (4)  $x = 0$

$$13. f(x) = \begin{cases} kx^2, & 0 < x < 3 \\ 0, & \text{மற்றெங்கிலும்} \end{cases} \text{ என்பது நிகழ்தகவு}$$

அடர்த்திச் சார்பு எனில்  $k$  இன் மதிப்பு :

- (1)  $\frac{1}{3}$  (2)  $\frac{1}{6}$   
 (3)  $\frac{1}{9}$  (4)  $\frac{1}{12}$

$$14. z_1 = a + ib, z_2 = -a + ib \text{ எனில் } z_1 - z_2 \text{ அமைவது:}$$

- (1) மெய் அச்சில்  
 (2) கற்பனை அச்சில்  
 (3)  $y = x$  என்ற நேர்கோட்டில்  
 (4)  $y = -x$  என்ற நேர்கோட்டில்

$$15. A = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ எனில் } AA^T \text{ -இன் தரம் காண்க :}$$

- (1) 3 (2) 0  
 (3) 1 (4) 2

16. ஆரம் 5 உள்ள கோளத்தை தளங்கள் மையத்திலிருந்து 2 மற்றும் 4 தூரத்தில் வெட்டும் இரு இணையான தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட பகுதியின் வளைப்பரப்பு :

- (1)  $20\pi$  (2)  $40\pi$  (3)  $10\pi$  (4)  $30\pi$

$$17. \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \text{ மற்றும் } \frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{8} = 1 \text{ எனும்}$$

வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் :

- (1)  $\frac{\pi}{4}$  (2)  $\frac{\pi}{3}$   
 (3)  $\frac{\pi}{6}$  (4)  $\frac{\pi}{2}$

$$18. \int_0^{\infty} x^5 e^{-4x} dx \text{ -ன் மதிப்பு :}$$

- (1)  $\frac{6}{4^6}$  (2)  $\frac{6}{4^5}$   
 (3)  $\frac{5}{4^6}$  (4)  $\frac{5}{4^5}$

19. முழுக்களில் \* என்ற ஈருறுப்புச் செயலி  $a*b = a+b-1$  என வரையறுக்கப்படுகிறது எனில் சமனி உறுப்பு :

- (1) 0 (2) 1 (3)  $a$  (4)  $b$

$$20. x^2 + y^2 = 1 \text{ எனில் } \frac{1+x+iy}{1+x-iy} \text{ இன் மதிப்பு :}$$

- (1)  $x - iy$  (2)  $2x$  (3)  $-2iy$  (4)  $x + iy$

21.  $9x^2 + 5y^2 - 54x - 40y + 116 = 0$  என்ற கூம்பு வளைவின் மையத்தொலைத் தகவு ( $e$ ) இன் மதிப்பு :

- (1)  $\frac{1}{3}$  (2)  $\frac{2}{3}$  (3)  $\frac{4}{9}$  (4)  $\frac{2}{\sqrt{5}}$

22.  $\vec{i} + a\vec{j} - \vec{k}$  எனும் விசை  $\vec{i} + \vec{j}$  எனும் புள்ளி வழியேச் செயல்படுகிறது.  $\vec{j} + \vec{k}$  எனும் புள்ளியைப் பொறுத்து அதன் திருப்புத்திறனின் அளவு  $\sqrt{8}$  எனில்  $a$  இன் மதிப்பு :

- (1) 1 (2) 2  
 (3) 3 (4) 4

$$23. y = 4 \frac{dy}{dx} + 3x \frac{dx}{dy} \text{ என்ற வகைக்கெழுச்}$$

சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி :

- (1) 2,1 (2) 1,2  
 (3) 1,1 (4) 2,2

24.  $f'(x) = 0$  சமன்பாட்டிற்கு  $x = x_0$  ஆனது ஒரு இரட்டை வரிசை உடைய மூலம் எனில்  $x = x_0$  ஆனது :

- (1) பெரும் புள்ளி  
 (2) சிறும் புள்ளி  
 (3) வளைவு மாற்று புள்ளி  
 (4) மாறுநிலைப் புள்ளி

$$25. \vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \text{ மற்றும் } \vec{b} = 4\vec{i} - 4\vec{j} + 7\vec{k}$$

எனில்  $\vec{a} \cdot \vec{b} =$

- (1) 19 (2) 3  
 (3) -19 (4) 14

26.  $y = ke^{\lambda x}$  எனில் அதன் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு :

- (1)  $\frac{dy}{dx} = \lambda y$  (2)  $\frac{dy}{dx} = k y$   
 (3)  $\frac{dy}{dx} + ky = 0$  (4)  $\frac{dy}{dx} = e^{\lambda x}$

27.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$  எனில்  $A^{12}$  என்பது :

- (1)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 60 \end{bmatrix}$  (2)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 5^{12} \end{bmatrix}$   
 (3)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (4)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

28. மையம் ஆதியாகவும், ஆரம் 'a' ஆகவும் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு :

- (1)  $\vec{r} = a$  (2)  $\vec{r} - c = a$   
 (3)  $|\vec{r}| = |a|$  (4)  $\vec{r} = a$

29.  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left( \frac{\sin x}{2 + \cos x} \right) dx$  இன் மதிப்பு :

- (1) 0 (2) 2  
 (3)  $\log 2$  (4)  $\log 4$

30. ஒரு சமபடித்தான நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பிற்கு கீழ்க்கண்டவற்றில் உண்மையான கூற்று எது?

- (1) எப்போதுமே ஒருங்கமைவு அற்றது  
 (2) வெளிப்படைத் தீர்வு மட்டும் பெற்றிருக்கும்  
 (3) வெளிப்படையற்ற தீர்வுகள் மட்டுமே பெற்றிருக்கும்  
 (4) கெழுக்கள் அணியின் தரம், மாறிகளின் எண்ணிக்கைக்குச் சமமாக இருக்கும் போது மட்டுமே வெளிப்படைத் தீர்வினை மட்டும் பெற்றிருக்கும்.

31.  $y^2 - 2y + 8x - 23 = 0$  என்ற பரவளையத்தின் அச்சு :

- (1)  $y = -1$  (2)  $x = -3$   
 (3)  $x = 3$  (4)  $y = 1$

32.  $\sim[p \wedge (\sim q)]$  ன் மெய் அட்டவணையில் நிரைகளின் எண்ணிக்கை :

- (1) 2 (2) 4  
 (3) 6 (4) 8

33.  $ae^x + be^y = c$ ;  $pe^x + qe^y = d$ ; மற்றும்  $\Delta_1 = \begin{vmatrix} a & b \\ p & q \end{vmatrix}$ ;

$\Delta_2 = \begin{vmatrix} c & b \\ d & q \end{vmatrix}$ ;  $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a & c \\ p & d \end{vmatrix}$ ; எனில்  $(x, y)$  இன்

மதிப்பு :

- (1)  $\left( \frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \frac{\Delta_3}{\Delta_1} \right)$   
 (2)  $\left( \log \frac{\Delta_2}{\Delta_1}, \log \frac{\Delta_3}{\Delta_1} \right)$   
 (3)  $\left( \log \frac{\Delta_1}{\Delta_3}, \log \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right)$   
 (4)  $\left( \log \frac{\Delta_1}{\Delta_2}, \log \frac{\Delta_1}{\Delta_3} \right)$

34.  $a = 1$  மற்றும்  $b = 4$  எனக் கொண்டு  $f(x) = \sqrt{x}$  என்ற சார்பிற்கு லெக்ராஞ்சியின் இடைமதிப்புத் தேற்றத்தின் படி அமையும் 'c' இன் மதிப்பு :

- (1)  $\frac{9}{4}$  (2)  $\frac{3}{2}$   
 (3)  $\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{4}$

35.  $u = x^y$  எனில்  $\frac{\partial u}{\partial x}$  க்குச் சமமானது :

- (1)  $y x^{y-1}$  (2)  $u \log x$   
 (3)  $u \log y$  (4)  $xy^{x-1}$

36.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$  என்ற வளைவரைய குற்றச்சை பொறுத்து சுழற்றப்படும் திடப்பொருளின் கன அளவு:

- (1)  $48\pi$  (2)  $64\pi$  (3)  $32\pi$  (4)  $128\pi$

37.  $xy$  தளத்திலுள்ள எல்லா நேர்க்கோடுகளின் தொகுப்பின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு :

- (1)  $\frac{dy}{dx} =$  ஒரு மாறிலி (2)  $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$   
 (3)  $y + \frac{dy}{dx} = 0$  (4)  $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$

38.  $xy = 32$  என்ற செவ்வக அதிபரவளையத்தின் செவ்வகலத்தின் நீளம் :

- (1)  $8\sqrt{2}$  (2) 32  
(3) 8 (4) 16

39.  $\frac{x-6}{-6} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-4}{-8}$  மற்றும்  $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z+3}{-2}$

என்ற கோடுகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளி :

- (1) (0, 0, -4) (2) (1, 0, 0)  
(3) (0, 2, 0) (4) (1, 2, 0)

40. ஒரு இயல் நிலை மாறி X இன் நிகழ்தகவு அடர்த்திச்

சார்பு  $f(x)$  மற்றும்  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  எனில்  $\int_{-\infty}^{\mu} f(x) dx$

இன் மதிப்பு:

- (1) வரையறுக்க முடியாது  
(2) 1  
(3) 0.5 (4) -0.5

### பகுதி - ஆ

குறிப்பு : (i) எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும் [10 × 6 = 60]

(ii) வினா எண் 55 - க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும், பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

41.  $A = \begin{bmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{bmatrix}$  இன் சேர்ப்பு அணி A என

நிறுவுக.

42.  $\begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \end{bmatrix}$  என்ற அணியின் தரம் காண்க.

43.  $2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}$  மற்றும்  $2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$  எனும் வெக்டர்களை நிலைவெக்டர்களாகக் கொண்ட புள்ளிகள் முறையே A, B இதனை இணைக்கும் புள்ளிகளை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் சமன்பாடு தருக.

44. சுருக்குக :  $\frac{(\cos \theta + i \sin \theta)^4}{(\sin \theta + i \cos \theta)^5}$

45.  $(7 + 5i)$ ,  $(5 + 2i)$ ,  $(4 + 7i)$  மற்றும்  $(2 + 4i)$  எனும் கலப்பெண்கள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கும் என நிறுவுக.

46. ஒரு திட்ட செவ்வக அதிபரவளையத்தின் முனைகள்  $(5, 7)$  மற்றும்  $(-3, -1)$  ஆகவும் இருப்பின், அதன் சமன்பாட்டையும் தொலைத் தொடுகோடுகளின் சமன்பாடுகளையும் காண்க.

47. (a) பின்வருவனவற்றிற்கு ரோலின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.  $f(x) = \tan x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ .

(b) மதிப்பு காண்க:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_e x}{x}$ .

48.  $y = be^{-\frac{x}{a}}$  என்ற வளைவரை y - அச்சை வெட்டும்

புள்ளியில் வரையப்படும் தொடு கோடு  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

என நிரூபி.

49. சங்கிலி விதியைப் பயன்படுத்தி  $\frac{dw}{dt}$  ஐ கணக்கிடுக.

$w = \log(x^2 + y^2)$  இங்கு  $x = e^t$ ,  $y = e^{-t}$ .

50. (a) மதிப்புக் காண்க :  $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^3 \cos^3 x dx$ .

(b) மதிப்புக் காண்க :  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ .

51.  $\sim(p \wedge q) \equiv ((\sim p) \vee (\sim q))$  எனக் காட்டுக.

52. (i) ஒரு குலத்தின் சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது என நிரூபி.

(ii) ஒரு குலத்தில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரேயொரு எதிர்மறையைப் பெற்றிருக்கும் என நிரூபி.

53. ஒரு தொழிற்சாலையில் உற்பத்தியாகும் தாழ்பாள்களில் 20% குறையுடையவையாக உள்ளன. 10 தாழ்பாள்கள் சமவாய்ப்பு முறையில் எடுக்கப்படும் போது சரியாக 2 தாழ்பாள்கள் குறையுடையவையாக இருக்க

(i) ஈருறுப்புப்பரவல் (ii) பாய்ஸான் பரவல் மூலமாக நிகழ்தகவு காண்க [ $e^{-2} = 0.1353$ ].

54. தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறி X-ன் நிகழ்தகவு

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & , 0 < x < 2 \\ 0 & , \text{ மற்றெங்கிலும்} \end{cases}$$

எனில் சராசரியையும், பரவற்படியையும் காண்க.

55. (அ)  $\vec{r} = (2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}) + t(2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k})$

என்ற கோடும்,  $x - 2y + 3z + 7 = 0$  என்ற தளமும் சந்திக்கின்ற புள்ளியைக் காண்க.

(அல்லது)

(ஆ) தீர்க்க :  $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = \sin x$ .

**பகுதி - இ**

- குறிப்பு : (i) எவையேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். [10 × 10 = 100]  
 (ii) வினா எண் 70-க்கு கண்டிப்பாக விடையளிக்கவும். பிற வினாக்களிலிருந்து ஏதேனும் ஒன்பது வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

56. பின்வரும் அசமபடித்தான சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை அணிக்கோவை முறையில் தீர்க்க.

$$x + 2y + z = 7$$

$$2x - y + 2z = 4$$

$$x + y - 2z = -1$$

57.  $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$  என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.

58.  $(2, -1, -3)$  வழியேச் செல்லக் கூடியதும்  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-4}$  மற்றும்  $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{2}$

ஆகிய கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் வெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

59.  $x^2 - 2px + (p^2 + q^2) = 0$  என்ற சமன்பாட்டின்

மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  மற்றும்  $\tan \theta = \frac{q}{y+p}$  எனில்

$$\frac{(y + \alpha)^n - (y + \beta)^n}{\alpha - \beta} = q^{n-1} \frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta} \text{ என நிறுவுக.}$$

60. ஒரு வால் விண்மீன் (Comet) ஆனது சூரியனைச் (Sun) சுற்றி பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது மற்றும் சூரியன் பரவளையத்தின் குவியத்தில் அமைகிறது. வால் விண்மீன் சூரியனிலிருந்து 80 மில்லியன் கி.மீ. தொலைவில் அமைந்து இருக்கும் போது வால் விண்மீனையும் சூரியனையும் இணைக்கும் கோடு பாதையின் அச்சுடன்  $\frac{\pi}{3}$  கோணத்தினை ஏற்படுத்துமானால்:

(i) வால் விண்மீனின் பாதையின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(ii) வால் விண்மீன் சூரியனுக்கு எவ்வளவு அருகில் வரமுடியும் என்பதையும் காண்க.

(பாதை வலதுபுறம் திறப்புடையதாக கொள்க.)

61.  $16x^2 + 9y^2 - 32x + 36y - 92 = 0$  என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத் தொலைத் தகவு, மையம், குவியங்கள், முனைகள் ஆகியவற்றைக் காண்க. மேலும் அதன் வளைவரையை வரைக.

62.  $5x + 12y = 9$  என்ற நேர்கோடு அதிபரவளையம்  $x^2 - 9y^2 = 9$  ஐத் தொடுகிறது என நிரூபிக்க. மேலும் தொடும் புள்ளியையும் காண்க.

63. ஒரு விசை இழுப்பான் மூலம் செலுத்தப்படும் கருங்கல், ஜல்லிகள், வினாடிக்கு 30 க.அடி வீதம் மேலிருந்து கீழே கொட்டப்படும் போது அவை கூம்பு வடிவத்தைக் கொடுக்கிறது. எந்நேரத்திலும் அக்கூம்பின் விட்டமும், உயரமும் சமமாகவே இருக்குமானால், கூம்பின் உயரம் 10 அடியாக இருக்கும் போது உயரம் என்ன வீதத்தில் உயர்கிறது என்பதைக் காண்க.

64.  $y = x^3 + 1$  என்ற வளைவரையை வரைக.

65.  $4y^2 = 9x, 3x^2 = 16y$  என்ற பரவளையங்களுக்கு இடைப்பட்ட பரப்பினைக் காண்க.

66. தீர்க்க :  $(D^2 - 6D + 9)y = x + e^{2x}$ .

67. ரேடியம் சிதையும் மாறுவீதமானது அதில் காணப்படும் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 50 வருடங்களில் ஆரம்ப அளவிலிருந்து 5 சதவீதம் சிதைந்திருக்கிறது எனில் 100 வருட முடிவில் மீதியிருக்கும் அளவு என்ன? ( $A_0$  ஐ ஆரம்ப அளவு எனக் கொள்க).
68.  $(Z_7 - \{[0]\}, *_7)$  ஒரு குலத்தை அமைக்கும் எனக் காட்டுக.
69. இயல்நிலைப் பரவலின் நிகழ்தகவு அடர்த்திச் சார்பு  $f(x) = K e^{-2x^2+4x}$ ,  $-\infty < x < \infty$  எனில் K,  $\mu$  மற்றும்  $\sigma^2$  இன் மதிப்பு காண்க.

70. (a)  $y = 12x^2 - 2x^3 - x^4$  என்ற சார்பு எந்த இடைவெளிகளில் குழிவு அடைகின்றன என்பதையும் மற்றும் வளைவு மாற்றுப்புள்ளிகளையும் காண்க.

(அல்லது)

- (b)  $y = \sin x$  என்ற வளைவரை  $x=0$ ,  $x = \pi$  மற்றும்  $x -$ அச்ச ஆகியவற்றால் ஏற்படும் பரப்பினை  $x -$ அச்சினைப் பொறுத்து சுழற்றும் போது கிடைக்கும் திடப்பொருளின் வளைபரப்பு  $2\pi[\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2})]$  என நிறுவுக.

## விடைகள்

### பகுதி - அ

1. (4); 2. (1); 3. (2); 4. (2); 5. (1); 6. (4); 7. (4); 8. (2); 9. (1); 10. (2);  
11. (3); 12. (2); 13. (3); 14. (1); 15. (3); 16. (1); 17. (4); 18. (3); 19. (2); 20. (4);  
21. (2); 22. (2); 23. (2); 24. (3); 25. (1); 26. (1); 27. (2); 28. (3); 29. (1); 30. (4);  
31. (4); 32. (2); 33. (2); 34. (1); 35. (1); 36. (2); 37. (2); 38. (4); 39. (1); 40. (3).

### பகுதி - ஆ

41. தீர்வு :

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \dots (1)$$

$$(A_{ij}) = \begin{bmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} -3 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 4 & 4 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} -3 & -3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -4 & -3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -4 & 1 & 4 \\ -3 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{adj } A = (A_{ij})^T = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \dots (2)$$

(1), (2) -லிருந்து  $\text{adj } A = A$  என்பது நிறுவப்பட்டது.

42. தீர்வு :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -5 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -5 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -5 \\ 3 & 1 & -5 & -1 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \end{bmatrix}$$

$R_1 \leftrightarrow R_2$  என்க.

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -5 \\ 0 & 7 & -8 & 14 \\ 0 & 7 & -8 & 7 \end{bmatrix} \begin{array}{l} R_2 \rightarrow R_2 - 3R_1 \\ R_3 \rightarrow R_3 - R_1 \end{array}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & -5 \\ 0 & 7 & -8 & 14 \\ 0 & 0 & 0 & -7 \end{bmatrix} R_3 \rightarrow R_3 - R_2$$

கடைசி சமமான அணியானது ஏறுபடி வடிவில் உள்ளது. இதில் உள்ள பூச்சியமற்ற நிரைகளின் எண்ணிக்கை 3.

$$\therefore \rho(A) = 3.$$

43. தீர்வு: A, B என்ற புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டினை விட்டமாகக் கொண்ட கோளத்தின் வெக்டர் சமன்பாடு  $(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{r} - \vec{b}) = 0$

$$\text{இங்கு } \vec{a} = 2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}; \vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$[\vec{r} - (2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k})] \cdot [\vec{r} - (2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k})] = 0$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு :

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 6\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$\vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\vec{r} - \vec{a} = (x-2)\vec{i} + (y-6)\vec{j} + (z+7)\vec{k}$$

$$\vec{r} - \vec{b} = (x+2)\vec{i} + (y-4)\vec{j} + (z+3)\vec{k}$$

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{r} - \vec{b}) = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+2) + (y-6)(y-4) + (z+7)(z+3) = 0$$

$$\text{(அ.து)} x^2 + y^2 + z^2 - 10y + 10z - 4 + 24 + 21 = 0$$

$$\text{(அ.து)} x^2 + y^2 + z^2 - 10y + 10z + 41 = 0$$

கோளத்தின் மையம் ஆரம் காண இச்சமன்பாட்டை கோளத்தின் பொதுச் சமன்பாடு

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0 \text{ வுடன் ஒப்பிட}$$

$$u = 0, v = -5, w = 5, d = 41$$

$$\text{மையம்} = (-u, -v, -w) = (0, 5, -5)$$

$$\text{ஆரம்} = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2 - d} = \sqrt{0 + 25 + 25 - 41}$$

$$= \sqrt{9} = 3.$$

44. தீர்வு:

$$\frac{(\cos \theta + i \sin \theta)^4}{(\sin \theta + i \cos \theta)^5}$$

$$= \frac{(\cos \theta + i \sin \theta)^4}{\left[ \cos \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) + i \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right]^5}$$

$$= \cos \left[ 4\theta - 5 \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right] + i \sin \left[ 4\theta - 5 \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) \right]$$

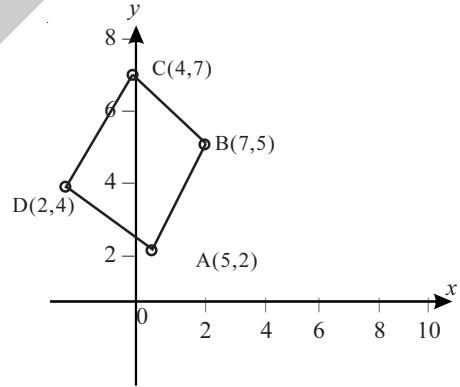
$$= \cos \left( 9\theta - \frac{5\pi}{2} \right) + i \sin \left( 9\theta - \frac{5\pi}{2} \right)$$

$$= \cos \left( \frac{5\pi}{2} - 9\theta \right) - i \sin \left( \frac{5\pi}{2} - 9\theta \right)$$

$$= \cos \left( \frac{\pi}{2} - 9\theta \right) - i \sin \left( \frac{\pi}{2} - 9\theta \right)$$

$$= \sin 9\theta - i \cos 9\theta$$

45. தீர்வு :



A, B, C, D எனும் புள்ளிகள் முறையே (5, 2), (7, 5), (4, 7) மற்றும் (2, 4) என்க.

$$\text{AC-யின் மையப்புள்ளி} = \left( \frac{5+4}{2}, \frac{2+7}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{9}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

$$\text{BD-யின் மையப்புள்ளி} = \left( \frac{7+2}{2}, \frac{5+4}{2} \right)$$

$$= \left( \frac{9}{2}, \frac{9}{2} \right)$$

மூலவிட்டங்களின் மையப் புள்ளிகள் சமம்.

∴ கொடுக்கப்பட்டுள்ள புள்ளிகள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கும்.

46. தீர்வு :

$$A = (5, 7) \text{ மற்றும் } A' = (-3, -1)$$

$$AA' = \sqrt{(5+3)^2 + (7+1)^2}$$

$$= 8\sqrt{2}$$

$$(அ.து) 2a = 8\sqrt{2} \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

$$c^2 = \frac{a^2}{2} = \frac{16 \times 2}{2} = 16.$$

$$AA' \text{ ன் நடுப்புள்ளி } c = (1, 3)$$

மையம் (1, 3) உடைய செவ்வக அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$(x-1)(y-3) = 16$$

∴ தொலைத் தொடுகோடுகளின் சேர்ப்பு சமன்பாடு

$$(x-1)(y-3) = 0$$

தொலைத் தொடுகோடுகளின் தனித்த சமன்பாடு

$$x-1=0; y-3=0.$$

47. (அ) தீர்வு :

$$f(x) = \tan x, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

$[0, \pi]$  என்ற இடைவெளியில்  $f(x)$  தொடர்ச்சியற்றது.

$$x = \frac{\pi}{2} \text{ இல் } \tan x \rightarrow +\infty.$$

எனவே ரோலின் தேற்றம் பொருந்தாது.

$$(ஆ) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log_e x}{x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ form.}$$

$$\therefore \text{லோப்பிதாலின் விதிப்படி } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x}}{1} = \frac{1}{\infty} = 0$$

48. தீர்வு :

$$y = be^{\frac{-x}{a}}$$

$y$ - அச்சை வெட்டும் புள்ளி கண்டுபிடிக்க

$$x=0 \Rightarrow y = be^0 \Rightarrow y = b$$

எனவே  $(0, b)$  புள்ளி

$(0, b)$  என்ற புள்ளியில் சாய்வு

$$m = \left( \frac{dy}{dx} \right) (0, b) = b \left( \frac{-1}{a} \right) e^{\frac{-x}{a}} = \frac{-b}{a} e^{\frac{-x}{a}}$$

$$= \frac{-b}{a} e^0 = \frac{-b}{a}$$

தொடுகோட்டின் சமன்பாடு  $y - y_1 = m(x - x_1)$

$$\Rightarrow y - b = \frac{-b}{a}(x - 0)$$

$$\Rightarrow ay - ab = -bx$$

$$\Rightarrow bx + ay = ab$$

$ab$  ஆல் வகுக்க,

$$\frac{bx}{ab} + \frac{ay}{ab} = \frac{ab}{ab}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1.$$

49.

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$

$$w = \log(x^2 + y^2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{1}{x^2 + y^2} (2x); \quad \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{1}{x^2 + y^2} (2y)$$

$$x = e^t$$

$$\frac{dx}{dt} = e^t; y = e^{-t} \quad \frac{dy}{dt} = -e^{-t}$$

$$\therefore \frac{dw}{dt} = \frac{1}{x^2 + y^2} (2x) e^t + \frac{1}{x^2 + y^2} (2y) (-e^{-t})$$

$$= \frac{2}{x^2 + y^2} [xe^t - ye^{-t}]$$

$$= \frac{2}{e^{2t} + e^{-2t}} [e^{2t} - e^{-2t}]$$

50. (அ) தீர்வு :  $I = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} x^3 \cos^3 x \, dx$  என்க.



$$f(x) = x^3 \cos^3 x \text{ என்க.}$$

$$f(-x) = (-x)^3 \cos^3 (-x)$$

$$= -x^3 \cos^3 x = -f(x)$$

$\Rightarrow f(x)$  ஒரு ஒற்றைப்பட்ச சார்பு

$$\therefore \int_{-a}^a f(x) dx = 0 \text{ (அது) } I = 0.$$

(ஆ) தீர்வு :  $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}} = \left( \sin^{-1} \frac{x}{2} \right) \Big|_0^1$

$$= \sin^{-1} \left( \frac{1}{2} \right) - \sin^{-1} (0)$$

$$= \frac{\pi}{6} - 0 = \frac{\pi}{6}$$

51. தீர்வு :  $\sim (p \wedge q)$  ன் மெய் அட்டவணை

p	q	$p \wedge q$	$\sim (p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

$((\sim p) \vee (\sim q))$  ன் மெய் அட்டவணை

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$((\sim p) \vee (\sim q))$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

இரு அட்டவணைகளின் கடைசி நிரல்கள் சமமாக இருப்பதால்  $\sim (p \wedge q) \equiv ((\sim p) \vee (\sim q))$ .

52. (i) தேற்றம் : ஒரு குலத்தின் சமனி உறுப்பு ஒருமைத் தன்மை வாய்ந்தது.

நிரூபணம் : G ஒரு குலம் என்க. G- இன் சமனி உறுப்புகள்  $e_1, e_2$  என இருப்பதாகக் கொள்வோம்.

$e_1$  ஐ சமனி உறுப்பாகக் கொள்வோமாயின்,

$$e_1 * e_2 = e_2 \quad \dots (1)$$

$e_2$  ஐ சமனி உறுப்பாகக் கொள்வோமாயின்

$$e_1 * e_2 = e_1 \quad \dots (2)$$

(1) மற்றும் (2) -இலிருந்து  $e_1 = e_2$  என பெறுகிறோம். எனவே, ஒரு குலத்தின் சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்ததாகும்.

(ii) தேற்றம் : ஒரு குலத்தில் ஒவ்வொரு உறுப்பும் ஒரே ஒரு எதிர்மறையைப் பெற்றிருக்கும்.

நிரூபணம் : G ஒரு குலம் என்க.  $a \in G$  என்க.

a-இன் எதிர்மறை உறுப்புகள்  $a_1, a_2$  என்பதாகக் கொள்வோம்.

$a_1$  ஐ a-இன் எதிர்மறையாகக் கொள்வோமாயின்,

$$a * a_1 = a_1 * a = e.$$

$a_2$  ஐ a-இன் எதிர்மறையாகக் கொள்வோமாயின்,

$$a * a_2 = a_2 * a = e$$

$a_1 = a_1 * e = a_1 * (a * a_2) = (a_1 * a) * a_2 = e * a_2 = a_2$  எனவே ஒரு உறுப்பின் எதிர்மறை ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்ததாகும்.

53. (i) தீர்வு :  $n = 20/100 = 1/5$ ;  $q = 1 - p = 4/5$ ;  $n = 10$ .  
X = குறையுள்ள தாழ்ப்பாள்களின் எண்ணிக்கை என்க.

$P(X = 2)$  ஐக் காண வேண்டும்.

(i) ஈருறுப்புப் பரவலைப் பயன்படுத்தி

$$P(X = x) = {}^{10}C_x p^n q^{10-x}$$

$$= {}^{10}C_x \left( \frac{1}{5} \right)^n \left( \frac{4}{5} \right)^{10-x}$$

$$P(X = 2) = {}^{10}C_2 \left( \frac{1}{5} \right)^2 \left( \frac{4}{5} \right)^8$$

$$= \frac{10 \times 9}{2 \times 1} \left( \frac{4^8}{5^{10}} \right) = 45 \left( \frac{4^8}{5^{10}} \right)$$

(ii) தீர்வு : பாய்ஸான் பரவலைப் பயன்படுத்தி:  
 $n = 10$ ;  $p = 1/5$ ;  $\lambda = np = 10 \times 1/5 = 2$ .

$$P(X = x) = \frac{e^{-2} (2^x)}{|x|}$$

$$P(X = 2) = \frac{e^{-2} (2^2)}{|2|} = 2e^{-2}$$

54. தீர்வு :

$$\begin{aligned}
 E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^2 x \frac{3}{4} x(2-x) dx \\
 &= \frac{3}{4} \int_0^2 x^2(2-x) dx = \frac{3}{4} \int_0^2 (2x^2 - x^3) dx \\
 &= \frac{3}{4} \left[ 2 \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} \right]_0^2 = \frac{3}{4} \left[ \frac{2}{3}(8) - \frac{16}{4} \right] = 1
 \end{aligned}$$

∴ சராசரி = 1

$$\begin{aligned}
 E(X^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_0^2 x^2 \frac{3}{4} x(2-x) dx \\
 &= \frac{3}{4} \int_0^2 (2x^3 - x^4) dx = \frac{3}{4} \left[ 2 \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{5} \right]_0^2 \\
 &= \frac{3}{4} \left[ \frac{16}{2} - \frac{32}{5} \right] = \frac{6}{5}
 \end{aligned}$$

$$\text{பரவற்படி} = E(X^2) = [E(X)]^2 = \frac{6}{5} - 1 = \frac{1}{5}$$

55. (அ) தீர்வு :

கொடுக்கப்பட்டுள்ள கோட்டின் கார்டிசியன் சமன்பாடு

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{-1} = \lambda \text{ என்க.}$$

இக்கோட்டின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளி  $(2\lambda+2, -\lambda+1, -\lambda-3)$  ஆகும்.

இப்புள்ளி தளம்  $x - 2y + 3z + 7 = 0$  ன் மீது அமைவதால்

$$(2\lambda+2) - 2(-\lambda+1) + 3(-\lambda-3) + 7 = 0$$

$$(அ.து) 2\lambda + 2 + 2\lambda - 2 - 3\lambda - 9 + 7 = 0$$

$$\lambda - 2 = 0$$

$$\lambda = 2$$

∴ தேவையான புள்ளி  $[2(2) + 2, -2 + 1, -2 - 3]$

(அ.து)  $(6, -1, -5)$  ஆகும்.

(அல்லது)

(ஆ) தீர்வு : இது  $y$  ல் நேரியதாக உள்ளது.

$$\text{இங்கு } \int P dx = \int 2 \tan x dx = 2 \log \sec x$$

$$\text{I.F.} = e^{\int P dx} = e^{\log \sec^2 x} = \sec^2 x$$

தேவையான தீர்வு

$$y \sec^2 x = \int \sec^2 x \cdot \sin x dx$$

$$= \int \tan x \sec x dx$$

$$\Rightarrow y \sec^2 x = \sec x + c \text{ அல்லது } y = \cos x + c \cos^2 x$$

பகுதி - இ

$$56. \text{ தீர்வு : } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 15 \quad \therefore \Delta \neq 0 \text{ என்பதால்}$$

ஒரே ஒரு தீர்வுதான் உண்டு.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 7 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 15; \Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 30;$$

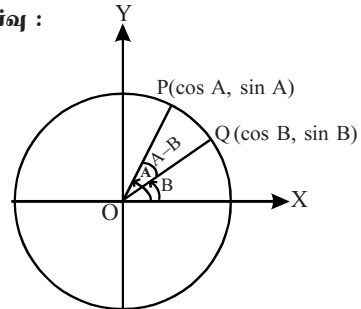
$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 30$$

$$\Delta = 15, \Delta_x = 15, \Delta_y = 30, \Delta_z = 30$$

$$\text{கிரேமர் விதிப்படி, } x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 1, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 2, z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = 2$$

$$\therefore \text{ தீர்வு } (x, y, z) = (1, 2, 2)$$

57. தீர்வு :



O வை மையமாகக் கொண்ட அலகு வட்டத்தின் பரிதியில் P, Q என்ற இருபுள்ளிகள் முறையே  $\angle XOP = A$  மற்றும்  $\angle XOQ = B$  எனுமாறு எடுத்துக் கொள்க.

$$\therefore \angle QOP = A - B$$

$$P = (\cos A, \sin A) :$$

$$Q = (\cos B, \sin B)$$

$$\vec{OP} = \cos A \vec{i} + \sin A \vec{j}$$

$$\vec{OQ} = \cos B \vec{i} + \sin B \vec{j}$$

$$\vec{OQ} \times \vec{OP} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \cos B & \sin B & 0 \\ \cos A & \sin A & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \vec{k} (\sin A \cos B - \cos A \sin B) \quad \dots(1)$$

$$\vec{OQ} \times \vec{OP} = 1 \times 1 \times \sin(A - B) \vec{k} \quad \dots(2)$$

(1), (2) லிருந்து  $\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$ .

58. தீர்வு: தேவையான தளமானது  $A(2, -1, -3)$  வழியேச் செல்லும். மேலும்  $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$  மற்றும்  $\vec{v} = 2\vec{i} - 3\vec{j} - 2\vec{k}$  க்கு இணையாக இருக்கும்.

∴ தேவையான சமன்பாடு  $\vec{r} = \vec{a} + s\vec{u} + t\vec{v}$

$$\vec{r} = (2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k}) + s(3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}) + t(2\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k})$$

கார்டீசியன் அமைப்பு

$(x_1, y_1, z_1)$  என்பது  $(2, -1, -3)$ ;  $(l_1, m_1, n_1)$  என்பது

$(3, 2, -4)$ ;  $(l_2, m_2, n_2)$  என்பது

$$\text{தளத்தின் சமன்பாடு} \begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(i.e.,) \begin{vmatrix} x-2 & y+1 & z+3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -3 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 8x + 14y + 13z + 37 = 0$$

இதுவே தேவையான சமன்பாட்டின் கார்டீசியன் அமைப்பு ஆகும்.

59. தீர்வு :

$$x^2 - 2px + (p^2 + q^2) = 0$$

$$x = \frac{2p \pm \sqrt{4p^2 - 4(p^2 + q^2)}}{2} = \frac{2p \pm \sqrt{-4q^2}}{2}$$

$$= \frac{2p \pm 2iq}{2} = p \pm iq$$

$$\alpha = p + iq; \beta = p - iq$$

$$\alpha - \beta = 2iq$$

$$\tan \theta = \frac{q}{y+p} \Rightarrow y+p = \frac{q}{\tan \theta} = q \cot \theta$$

$$\Rightarrow y = q \cot \theta - p$$

$$y + \alpha = q \cot \theta - p + (p + iq) = q \cot \theta + iq$$

$$= q [\cot \theta + i] = q \left[ \frac{\cos \theta}{\sin \theta} + i \right]$$

$$= \frac{q}{\sin \theta} (\cos \theta + i \sin \theta)$$

$$\text{எனவே } (y + \alpha)^n = \frac{q^n}{\sin^n \theta} [\cos \theta + i \sin \theta]^n$$

$$= \frac{q^n}{\sin^n \theta} [\cos n\theta + i \sin n\theta] \quad \dots(1)$$

$$y + \beta = q \cot \theta - p + (p - iq) = q \cot \theta - iq$$

$$= q [\cot \theta - i] = q \left[ \frac{\cos \theta}{\sin \theta} - i \right]$$

$$= \frac{q}{\sin \theta} (\cos \theta - i \sin \theta)$$

$$\text{எனவே } (y + \beta)^n = \frac{q^n}{\sin^n \theta} [\cos^n \theta - i \sin^n \theta] \quad \dots(2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow$$

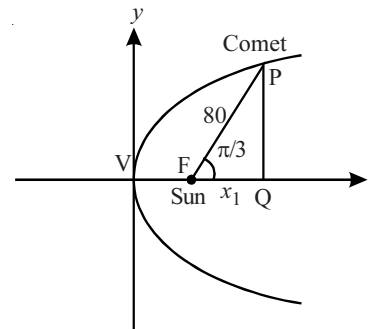
$$(y + \alpha)^n - (y + \beta)^n = \frac{q^n}{\sin^n \theta} [(\cos n\theta + i \sin n\theta) - (\cos n\theta - i \sin n\theta)]$$

$$= \frac{q^n}{\sin^n \theta} [2i \sin n\theta]$$

$$\frac{(y + \alpha)^n - (y + \beta)^n}{\alpha - \beta} = \frac{\frac{q^n}{\sin^n \theta} (2i \sin n\theta)}{2iq}$$

$$= q^{n-1} \frac{\sin n\theta}{\sin^n \theta}$$

60. தீர்வு:



பரவளையத்தின் பாதை வலதுபக்கம் திறப்புடையது. மேலும் முனைப்புள்ளி ஆதியிலுள்ளது.

வால் விண்மீனின் நிலை P எனக்கொள்க. FP = 80 மில்லியன் கி.மீ ஆகும்.

P-யிலிருந்து பரவளையத்தின் அச்சுக்கு PQ என்ற செங்குத்து வரைக.

$$FQ = x_1 \text{ என்க.}$$

முக்கோணம் FQP யிலிருந்து

$$\begin{aligned} PQ &= FP \cdot \sin \frac{\pi}{3} \sqrt{3} \\ &= 80 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$FQ = x_1 = FP \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 80 \times \frac{1}{2} = 40$$

$$\therefore VQ = a + 40 \text{ (VF = a என்பதால்)}$$

$$P \text{ என்பது (VQ, PQ) } = (a + 40, 40\sqrt{3})$$

P என்பது பரவளையம்  $y^2 = 4ax$  மேல் இருப்பதால்

$$(40\sqrt{3})^2 = 4a(a + 40)$$

$$\Rightarrow a = -60 \text{ or } 20$$

$$a = -60 \text{ ஏற்படையதல்ல}$$

$$\therefore \text{பாதையின் சமன்பாடு } y^2 = 4 \times 20 \times x$$

$$y^2 = 80x$$

சூரியனுக்கும் வால் விண்மீனுக்கும் இடையேயுள்ள மிகக் குறைந்த தூரம் VF அதாவது a

$\therefore$  மிகக் குறைந்த தூரம் 20 மில்லியன் கி.மீ ஆகும்.

61. தீர்வு :

$$\text{சமன்பாடு } 16x^2 + 9y^2 - 32x + 36y = 92$$

$$(16x^2 - 32x) + (9y^2 + 36y) = 92$$

$$16(x^2 - 2x) + 9(y^2 + 4y) = 92$$

$$16(x^2 + 2x - 1 - 1) + 9(y^2 + 4y + 4 + 4) = 92$$

$$16(x - 1)^2 - 16 + 9(y + 2)^2 + 36 = 92$$

$$16(x + 1)^2 + 9(y - 2)^2 = 144$$

$$92 + 36 + 16 = 144$$

$$(\div 144) \quad \frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{16} = 1$$

$$x + 1 = X, \quad y - 2 = Y \text{ எனில்,}$$

$$\frac{X^2}{9} + \frac{Y^2}{16} = 1$$

நெட்டச்சு Y அச்ச வழிச்செல்கிறது.

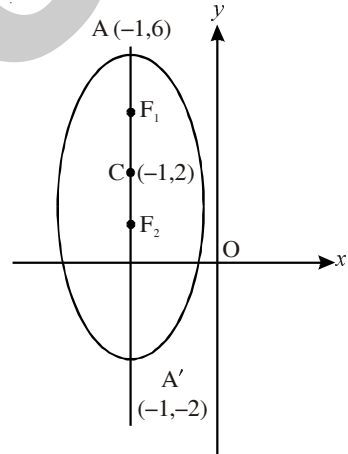
$$a^2 = 16; \quad b^2 = 9$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$a = 4; \quad e = \frac{\sqrt{7}}{4}; \quad ae = \sqrt{7}$$

$$\text{மையம்} = (-1, 2).$$

	X, Y அச்சுகளைப் பொறுத்து	x, y அச்சுகளைப் பொறுத்து
மையம்	(0, 0)	(-1, 2)
குவியங்கள்	$(0, \pm ae) = (0, \pm\sqrt{7})$ $F_1 = (0, \sqrt{7})$ $F_2 = (0, -\sqrt{7})$	$F_1 = (0, \sqrt{7}) + (-1, 2) = (-1, 2 + \sqrt{7})$ $F_2 = (0, -\sqrt{7}) + (-1, 2) = (-1, 2 - \sqrt{7})$
முனைகள்	$(0, \pm a) = (0, \pm 4)$ $A = (0, 4)$ $A' = (0, -4)$	$A = (0, 4) + (-1, 2) = (-1, 6)$ $A' = (0, -4) + (-1, 2) = (-1, -2)$



62. தீர்வு :  $y = mx + c$  எனும் கோடு  $c^2 = a^2m^2 - b^2$  க்கு தொடுகோடாக இருப்பதற்கான நிபந்தனை

$$5x + 12y = 9 \Rightarrow 12y = -5x + 9$$

$$y = \frac{-5}{12}x + \frac{9}{12}$$

$$m = \frac{-5}{12}; \quad c = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - 9y^2 = 9 \Rightarrow \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{1} = 1$$

$$a^2 = 9; \quad b^2 = 1$$

$$c^2 = a^2m^2 - b^2 \text{ என நிறுவ}$$

$$c^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} \quad \dots (1)$$

$$a^2m^2 - b^2 = 9\left(\frac{-5}{12}\right)^2 \quad \dots (1)$$

$$= 9\left(\frac{25}{144}\right) - 1 = \frac{25}{16} - 1$$

$$= \frac{9}{16} \quad \dots (2)$$

(1) = (2)  $\Rightarrow c^2 = a^2m^2 - b^2$  என நிறுவப்பட்டது.

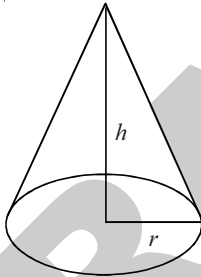
இது அதிபரவளையத்தைத் தொடும் புள்ளி

$$\left(\frac{-a^2m}{c}, \frac{-b^2}{c}\right) \frac{-a^2m}{c} = \frac{-9\left(\frac{-5}{12}\right)}{3/4} = \frac{15}{3/4} = 5$$

$$\frac{b^2}{c} = \frac{-(-1)}{3/4} = \frac{-4}{3}$$

$$\text{தொடுபுள்ளி} = \left(5, \frac{-4}{3}\right)$$

63. தீர்வு :



$r$  நேரத்தில் கூம்பின் கன அளவு  $V$  என்க. கூம்பின் ஆரம், உயரம் முறையே  $r, h$  என்க.

$$h = 2r$$

$$\Rightarrow r = \frac{h}{2}$$

$$\text{கூம்பின் கன அளவு} = V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$\text{(அ.து)} V = \frac{1}{3} \pi h \left(\frac{h}{2}\right)^2 = \frac{1}{12} \pi h^3$$

$$\therefore \frac{dV}{dt} = \frac{1}{12} \pi \left(3h^2 \frac{dh}{dt}\right)$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{12} \pi h^2 \frac{dh}{dt} \Rightarrow \frac{dh}{dt} = \frac{dv}{dt} \frac{12}{\pi h^2}$$

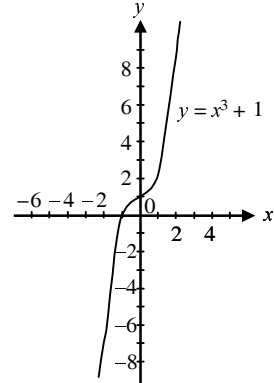
இங்கு  $\frac{dV}{dt} = 30, h = 10$  எனில்,

$$\frac{dh}{dt} = \frac{30}{\frac{1}{4}(\pi)(100)} = \frac{30 \times 4}{100\pi} = \frac{6}{5\pi} \text{ அடி/நிமிடம்}$$

(அ.து) கூம்பின் உயரம்  $\frac{6}{5\pi}$  அடி/நிமிடம் என்ற

விகிதத்தில் ஏறுகிறது.

64. தீர்வு : 1. சார்பகம், நீட்டிப்பு, வெட்டுத் துண்டுகள் மற்றும் ஆதி :  $x$ -இன் எல்லா மெய் மதிப்புகளுக்கும்,  $f(x)$  ஆனது வரையறுக்கப்படுகிறது. எனவே,  $f(x)$  இன் சார்பகம்  $(-\infty, \infty)$  என்கிற முழு இடைவெளி ஆகும். கிடைமட்ட நீட்டிப்பு  $-\infty < x < \infty$  மற்றும் நிலை குத்து நீட்டிப்பு  $-\infty < y < \infty$  ஆகும்.  $x=0$  எனில்,  $y$  இன் வெட்டுத் துண்டு  $+1$  மற்றும்  $y=0$  எனில்,  $x$  இன் வெட்டுத்துண்டு  $-1$  என்பது தெளிவு. வளைவரையின் சமன்பாட்டை  $(0, 0)$  நிறைவு செய்யாததால் அவ்வளைவரை ஆதி வழியாகச் செல்லாது என்பது வெளிப்படையாகிறது.



2. சமச்சீர் சோதனை: சமச்சீர் சோதனைகளில் இருந்து வளைவரையானது எந்த ஒரு சமச்சீர் பண்பையும் அடையவில்லை என்பது தெளிவாகிறது.

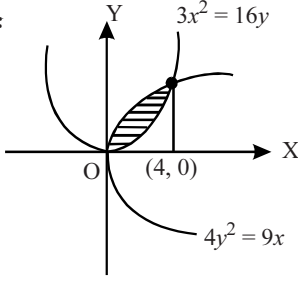
3. தொலைத் தொடுகோடுகள்:  $x \rightarrow c$  ( $c$  முடிவுள்ள எண்) எனில்  $y$  ஆனது  $\pm \infty$  ஐ நோக்கிச் செல்லாது. இதன் மறுதலையும் உண்மை, எனவே எந்த ஒரு தொலைத் தொடுகோடும் அமையாது.

4. ஓரியல்பு தன்மை: எல்லா  $x$  க்கும்  $y' \geq 0$  ஆதலால், வளைவரையானது  $(-\infty, \infty)$  முழுவதும் ஏறுமுகமாகச் செல்லும் என்பதை முதல் வரிசை வகைச் சோதனை மூலம் அறிகிறோம்.

5. சிறப்பு புள்ளிகள்:  $(-\infty, 0)$  என்ற இடைவெளியில் கீழ்புறமாக குழிவாகவும்  $(0, \infty)$  என்ற இடைவெளியில் மேற்புறமாக குழிவாகவும் இருக்கும் என அறிகிறோம்.

$x < 0$  எனில்,  $y'' = 6x < 0$ ,  $x > 0$  எனில்,  $y'' = 6x > 0$  மற்றும்  $x = 0$  எனில்,  $y'' = 0$ . இதிலிருந்து  $(0, 1)$  ஆனது வளைவு மாற்றுப் புள்ளி ஆகும்.

65. தீர்வு :



$$4y = 9x \dots (1)$$

$$3x^2 = 16y \dots (2)$$

இவ்விரு வளைவரைகளும் வெட்டும் புள்ளிகள்  $(0, 0)$ ,  $(4, 3)$

தேவையான பரப்பு =  $A_1 - A_2$

$$A_1 = \int_0^4 y dx \quad (4y^2 = 9x \text{ க்கு})$$

$$A_2 = \int_0^4 y dx \quad (3x^2 = 16 \text{ க்கு})$$

$$4y^2 = 9x \Rightarrow y^2 = \frac{9x}{4};$$

$$y = \frac{3}{2} \sqrt{x}$$

$$3x^2 = 16y \Rightarrow y = \frac{3x^2}{16}$$

$$A_1 = \frac{3}{2} \int_0^4 x^{1/2} dx = \frac{3}{2} \left[ \frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^4$$

$$= (x^{3/2})_0^4 = (4\sqrt{4} - 0)$$

$$= 4 \times 2 = 8 \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

$$A_2 = \frac{3}{16} \int_0^4 x^2 dx = \left( \frac{3}{16} \times \frac{x^3}{3} \right)_0^4$$

$$= \frac{1}{16} [x^3]_0^4 = \frac{1}{16} [64 - 0] = 4$$

தேவையான பரப்பளவு =  $A_1 - A_2$

$$= 8 - 4 = 4 \text{ சதுர அலகுகள்.}$$

66. தீர்வு : சிறப்புச் சமன்பாடு

$$p^2 - 6p + 9 = 0$$

$$(p-3)^2 = 0; p = 3, 3$$

$$C.F = (A + Bx) e^{3x}$$

$$P.I = \frac{1}{D^2 - 6D + 9} e^{3x}$$

$$P.I = c_0 + c_1 x \text{ என்க.}$$

P.I ஒரு தீர்வாகும்.

$$\therefore (D^2 - 6D + 9)(c_0 + c_1 x) = x$$

$$(-6c_1 + 9c_0) + 9c_1 x = x$$

$$x \text{ ன் குணகங்களை சமப்படுத்த : } 9c_1 = 1 \Rightarrow c_1 = \frac{1}{9}$$

$$\text{மாறிலி உறுப்பு : } -6c_1 + 9c_0 = 0$$

$$-6\left(\frac{1}{9}\right) + 9c_0 = 0$$

$$9c_0 = \frac{6}{9}$$

$$c_0 = \frac{6}{9 \times 9} = \frac{2}{27}$$

$$\therefore P.I_1 = \frac{2}{27} + \frac{1}{9}x$$

$$P.I_2 = \frac{1}{D^2 - 6D + 9} e^{2x} = \frac{e^{2x}}{4 - 12 + 9} = e^{2x}$$

$$y = C.F + P.I_1 + P.I_2$$

$$y = (A + Bx) e^{3x} + \left( \frac{x}{9} + \frac{2}{27} \right) + e^{2x}$$

67. தீர்வு :  $t$  நேரத்தில் ரேடியத்தின் அளவு =  $A$  என்க.

$$(\text{அ.து}) A = A(t)$$

$$\frac{dA}{dt} \propto A$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{dt} = -kA \text{ (ஏனெனில் ரேடியத்தின் அளவு)}$$

குறைந்து கொண்டே செல்கிறது)

$$\int \frac{dA}{A} = -k \int dt$$

$$\Rightarrow \frac{dA}{A} = -k \int dt$$

$$\log A = -kt + \log c$$

$$\Rightarrow A = ce^{-kt}$$

$$t = 0 \text{ எனில், } A = A_0$$

$$\Rightarrow A_0 = ce^0 \Rightarrow c = A_0$$

$$\therefore A = A_0 e^{-kt}$$

$$t = 50 \text{ எனில், } A = 0.95 A_0$$

$$\Rightarrow 0 - 95A_0 = A_0 e^{-50k}$$

$$\Rightarrow -50k = \log(0.95)$$

$$\therefore k = \frac{1}{50} \log(0.95)$$

$$\begin{aligned} t=100 \text{ எனில், } A &= A_0 e^{1/50 \log(0.95) \times 100} \\ &= A_0 e^{2 \log(0.95)} = A_0 (0.95)^2 \\ &= 0.9025 A_0 \end{aligned}$$

(அ.து) 100 வருட முடிவில் மீதி இருக்கும் ரேடியத்தின் அளவு = 0.9025  $A_0$  ஆகும்.

68. தீர்வு :  $G = \{ [1], [2], \dots [6] \}$  என்க.

கேள்வி அட்டவணையானது

.7	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[1]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
[2]	[2]	[4]	[6]	[1]	[3]	[5]
[3]	[3]	[6]	[2]	[5]	[1]	[4]
[4]	[4]	[1]	[5]	[2]	[6]	[3]
[5]	[5]	[3]	[1]	[6]	[4]	[2]
[6]	[6]	[5]	[4]	[3]	[2]	[1]

அட்டவணையிலிருந்து :

(i) பெருக்கல் அட்டவணையின் எல்லா உறுப்புகளும் G இன் உறுப்புகளாகும்.  $\therefore$  அடைப்பு விதி உண்மையாகும்.

(ii) 7 இன் மட்டுக்கான பெருக்கல், சேர்ப்பு விதிக்குட்படும்.

(iii) சமனியுறுப்பு  $[1] \in G$  மற்றும் இது சமனி விதியைப் பூர்த்தி செய்யும்.

(iv) [1] இன் எதிர்மறை [1] ; [2] இன் எதிர்மறை [4] ; [3] இன் எதிர்மறை [5] ; [4] இன் எதிர்மறை [2] ; [5] இன் எதிர்மறை [3] மற்றும் [6] இன் எதிர்மறை [6] எனவே எதிர்மறை விதி பூர்த்தியாகிறது.

பொதுவாக எந்த ஒரு பகா எண்  $p$  க்கும்  $(Z_p - \{0\})$  ஒரு குலம் எனக் காட்டலாம்.

69. தீர்வு :  $f(x) = ke^{-2x^2+4x}$ ,  $-\infty < x < \infty$  எடுத்துக் கொள்க.

$$\begin{aligned} -2x^2 + 4x &= -2(x^2 - 2x) = -2[(x-1)^2 - 1] \\ &= -2(x-1)^2 + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore e^{-2x^2+4x} &= e^2 \cdot e^{-2(x-1)^2} \\ &= e^2 \cdot e^{-1/2(x-1)^2/1/4} \end{aligned}$$

$$= e^2 \cdot e^{-1/2 \left( \frac{x-1}{1/2} \right)^2}$$

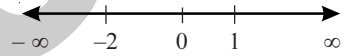
$f(x)$  உடன் ஒப்பிடுகையில்,

$$ke^{-2x^2+4x} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

$$\Rightarrow Ke^2 e^{-1/2 \left( \frac{x-1}{1/2} \right)^2} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2 \left( \frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$$

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{2}, \mu = 1 \text{ மற்றும் } K = \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-2} = \frac{2e^{-2}}{\sqrt{2\pi}} \\ &= \frac{\sqrt{2} \cdot e^{-2}}{\sqrt{\pi}}, \sigma^2 = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

70. (அ) தீர்வு :



$$\frac{dy}{dx} = 24x - 6x^2 - 4x^3$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 24 - 12x - 12x^2$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 0 \Rightarrow -12(x^2 + x - 2) = 0$$

$$(x+2)(x-1) = 0 \quad x = -2 \text{ (அ) } 1$$

இடைவெளிகள்  $(-\infty, -2)$ ,  $(-2, 1)$ ,  $(1, \infty)$

$$x \Rightarrow (-\infty, -2) \text{ ல் } \frac{d^2y}{dx^2} = -ve < 0$$

$\therefore (-\infty, -2)$  ல் வளைவரை கீழ்நோக்கி குழிவானது

$$x \in (-2, 1) \text{ ல் } \frac{d^2y}{dx^2} > 0$$

$\Rightarrow (-2, 1)$  ல் வளைவரை மேல்நோக்கி குழிவானது.

$$\text{இதேபோல } x \in (1, \infty) \text{ ல் } \frac{d^2y}{dx^2} < 0 \Rightarrow \text{வளைவரை}$$

$(1, \infty)$  ல் கீழ்நோக்கி குழிவாக இருக்கும்.  $\therefore x = -2, 1$  ல் வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகள் அமையும்.

$$y(x=-2 \text{ ல்}) = 12(4) - 2(-8) - 16 = 48 + 16 - 16 = 48.$$

$$y(x=1 \text{ ல்}) = 12 - 2 - 1 = 9$$

$\therefore (-2, 48)$ ,  $(1, 9)$  ஆகியவை வளைவு மாற்றுப் புள்ளிகள் ஆகும்.

(ஆ)

$$y = \sin x$$

$x$  ஐ பொறுத்து வகையிட,  $\frac{dy}{dx} = \cos x$

$$\therefore \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} = \sqrt{1 + \cos^2 x}$$

X அச்சைப் பொறுத்து சுழற்றுவதால்

$$\text{வளைபரப்பு} = \int_a^b 2\pi y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx$$

$$\cos x = t \text{ என்க.}$$

$$-\sin x dx = dt$$

$$S = \int_0^\pi 2\pi \sin x \sqrt{1 + \cos^2 x} dx$$

$$= \int_1^{-1} 2\pi \sqrt{1+t^2} (-dt) = 4\pi \int_0^1 \sqrt{1+t^2} dt$$

$$= 4\pi \left[ \frac{t}{2} \sqrt{1+t^2} + \frac{1}{2} \log(t + \sqrt{1+t^2}) \right]_0^1$$

$$= 2\pi [\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2})] - 0$$

$$= 2\pi [\sqrt{2} + \log(1 + \sqrt{2})]$$

$x$	0	$\pi$
$t$	1	-1

\*\*\*\*

SURABOOKS